

Victor Stoica  
Corina Dobrescu  
Florin Măceșanu  
Ion Băraru



# Physik

7. Klasse



# Inhaltsverzeichnis

|   | Seite                           | Lektionen  |
|---|---------------------------------|--|
| <b>1. EINHEIT</b><br>Mathematische<br>Konzepte und<br>Modelle zum<br>Studium der Physik         | 10                              | L1: Wiederholung: Bereits gelernte physikalische Größen und Erscheinungen  |
|   | 12                              | L2: Die Schritte zur Durchführung eines Versuchs   |
|   | 14                              | L3: <i>Erweiterung: Das experimentelle Studium der metrischen Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck</i>                              |
|   | 16                              | L4: Skalare physikalische Größen. Das Erkennen der skalaren physikalischen Größen  |
|   | 18                              | L5: Vektorielle physikalische Größen. Das Erkennen der vektoriellen physikalischen Größen  |
|   | 21                              | Angewandte Physik: Die Annäherung der Zahlenwerte  |
|   | 22                              | Aufgaben   |
| <b>2. EINHEIT</b><br>Mechanische<br>Erscheinungen.<br>Wechselwirkungen                          | 23                              | Bewertungstest. Selbstbewertung  |
|   | 26                              | L1: Die Wechselwirkung. Die Effekte der Wechselwirkung (statisch, dynamisch).<br>Die Wechselwirkung durch Kontakt und durch Influenz |
|   | 28                              | L2: Die Kraft – ein Maß der Wechselwirkung. Kräfte, die bei Kontakt und Kräfte, die auf Entfernung wirken                            |
|   | 30                              | L3: Das Trägheitsprinzip   |
|   | 31                              | L4: Das Prinzip der Wirkung und der Gegenwirkung   |
|   | 32                              | L5: Beispiele von Kräften: das Gewicht, die normale Druckkraft, die Reibungskraft, die Spannung im<br>Seil, die elastische Kraft     |
|   | 39                              | L6: Das Messen der Kräfte. Das Dynamometer   |
|   | 40                              | L7: Die Bewegung der Körper unter der Einwirkung mehrerer Kräfte   |
|   | 43                              | L8: Das Zusammensetzen der Kräfte. Die Parallelogrammregel   |
|   | 45                              | L9: <i>Erweiterung: Die Vieleckregel für das Zusammensetzen mehrerer Vektoren</i>  |
|   | 47                              | L10: Die Bewegung eines Körpers auf einer schiefen Ebene   |
|   | 49                              | L11: Das Zerlegen einer Kraft auf zwei aufeinander senkrechte Richtungen   |
|   | 51                              | Angewandte Physik: Mechanische Erscheinungen und Eigenschaften bei verschiedenen Sportarten  |
| 52  | Aufgaben                        |  |
| 53  | Bewertungstest. Selbstbewertung |  |
| <b>3. EINHEIT</b><br>Mechanische<br>Erscheinungen.<br>Die mechanische<br>Arbeit.<br>Die Energie | 56                              | L1: Die mechanische Arbeit der konstant wirkenden Kräfte. Maßeinheit   |
|   | 59                              | L2: Die mechanische Leistung. Maßeinheiten der Leistung. Der Wirkungsgrad  |
|   | 62                              | L3: Die kinetische Energie   |
|   | 64                              | L4: Die potenzielle Gravitationsenergie  |
|   | 66                              | L5: <i>Erweiterung: Die elastische potenzielle Energie</i>   |
|   | 68                              | L6: Die mechanische Energie  |
|   | 70                              | L7: Die Erhaltung der mechanischen Energie   |
|   | 72                              | L8: <i>Erweiterung: Umwandlungsmethoden der mechanischen Energie</i>   |
|   | 75                              | Angewandte Physik: Eine Baustelle voller ... Energie   |
| 76  | Aufgaben                        |  |
| 77  | Bewertungstest. Selbstbewertung |  |
| <b>4. EINHEIT</b><br>Mechanische<br>Erscheinungen.<br>Das Gleichgewicht<br>der Körper           | 80                              | L1: Das Translationsgleichgewicht  |
|   | 82                              | L2: Das Kraftmoment. Maßeinheit. Das Rotationsgleichgewicht  |
|   | 84                              | L3: Der Hebel (fächerübergreifende Behandlung – Hebel im Fortbewegungssystem)  |
|   | 88                              | L4: Die Rolle  |
|   | 92                              | L5: Der Schwerpunkt  |
|   | 94                              | L6: Das Gleichgewicht der Körper und die potenzielle Energie   |
|   | 97                              | Angewandte Physik: Das mechanische Gleichgewicht ... im Haushalt   |
| 98  | Aufgaben                        |  |
| 99  | Bewertungstest. Selbstbewertung |  |
| <b>5. EINHEIT</b><br>Mechanische<br>Erscheinungen.<br>Die Statik der<br>Fluide                  | 102                             | L1: Der Druck. Der hydrostatische Druck  |
|   | 106                             | L2: Der atmosphärische Druck (fächerübergreifende Behandlung – Geografie)  |
|   | 110                             | L3: Das Gesetz von Pascal. Anwendungen   |
|   | 113                             | L4: Das Gesetz von Archimedes. Anwendungen   |
|   | 117                             | Angewandte Physik: Hydraulische Geräte   |
|   | 118                             | Aufgaben   |
| 119   | Bewertungstest. Selbstbewertung |  |
| <b>6. EINHEIT</b><br>Mechanische<br>Erscheinungen.<br>Mechanische<br>Wellen – der Schall        | 122                             | L1: Mechanische Wellen (fächerübergreifende Behandlung – Geografie: Erdbebenwellen, Wasserwellen)                                    |
|   | 128                             | L2: Die Erzeugung und die Wahrnehmung des Schalls (fächerübergreifende Behandlung – Biologie: das<br>Hörsystem)                      |
|   | 131                             | L3: Die Ausbreitung des Schalls. Das Echo  |
|   | 134                             | L4: Eigenschaften des Schalls (qualitative fächerübergreifende Behandlung – Musik)   |
|   | 135                             | Angewandte Physik: Der Doppler-Effekt. Die Resonanz  |
|   | 136                             | Aufgaben   |
|   | 137                             | Bewertungstest. Selbstbewertung  |
|   | 138                             | Modelle für gelöste Aufgaben   |
| 140   | Zusammenfassung                 |  |
| 142   | Abschlusstest                   |  |
| 144   | Antworten                       |  |

# Rahmen- und Teilkompetenzen

## Teilkompetenzen

1.1, 1.2, 1.3,  
2.1, 2.2, 2.3,  
3.1, 3.2, 3.3,  
4.1, 4.2

1.1, 1.2, 1.3,  
2.1, 2.2, 2.3,  
3.1, 3.2, 3.3,  
4.1, 4.2

1.1, 1.2, 1.3,  
2.1, 2.2, 2.3,  
3.1, 3.2, 3.3,  
4.1, 4.2



1.1, 1.2, 1.3,  
2.1, 2.2, 2.3,  
3.1, 3.2, 3.3,  
4.1, 4.2

1.1, 1.2, 1.3,  
2.1, 2.2, 2.3,  
3.1, 3.2, 3.3,  
4.1, 4.2

1.1, 1.2, 1.3,  
2.1, 2.2, 2.3,  
3.1, 3.2, 3.3,  
4.1, 4.2

## Rahmenkompetenzen

- 1 Die strukturelle, wissenschaftliche Erforschung, im Allgemeinen durch Versuche, einiger einfacher, wahrnehmbarer physikalischer Erscheinungen
- 2 Das wissenschaftliche Erklären einiger einfacher physikalischer Erscheinungen und einiger ihrer technischen Anwendungen
- 3 Die Auswertung einiger experimentell oder aus anderen Quellen erhaltenen Daten und Informationen betreffend einfache physikalische Erscheinungen und deren einfache technische Anwendungen
- 4 Das Lösen von Aufgaben/Problemsituationen mithilfe typisch physikalischer Methoden

## Teilkompetenzen

- 1.1 Das Erkunden der physikalischen Eigenschaften und Erscheinungen durch einfache, gelenkte Untersuchungen
- 1.2 Das Anwenden einiger einfacher Methoden zur Aufnahme, Organisation und Verarbeitung der experimentellen und der theoretischen Daten
- 1.3 Das Formulieren von begründeten Schlussfolgerungen aufgrund der durch wissenschaftliche Untersuchung erhaltenen Beweise
- 2.1 Das Einordnen in die gelernten physikalischen Klassen der einfachen natürlichen physikalischen Erscheinungen und derer aus verschiedenen technischen Anwendungen
- 2.2 Das qualitative und das quantitative Erklären mithilfe der entsprechenden Fachsprache der einfachen natürlichen physikalischen Erscheinungen und denen aus verschiedenen technischen Anwendungen
- 2.3 Das eigenständige Erkennen der Gefahren für die eigene Person, die Anderen und die Umwelt beim Umgang mit verschiedenen Instrumenten, Geräten und Vorrichtungen
- 3.1 Die Gewinnung relevanter wissenschaftlicher Daten und Informationen aus eigenen Beobachtungen und/oder aus empfohlenen bibliografischen Quellen
- 3.2 Das Organisieren der experimentellen/wissenschaftlichen Daten in einfache Präsentationsformen
- 3.3 Das kritische Bewerten der erhaltenen Daten und der Entwicklung der eigenen Lernerfahrung
- 4.1 Das Anwenden einiger Größen und einiger Prinzipien, Lehrsätze, Gesetze und physikalischen Modelle zur Beantwortung von Fragen/Anwendungsaufgaben
- 4.2 Das Anwenden von einfachen Modellen zum Lösen von Aufgaben oder experimentellen/theoretischen Problemsituationen

# E1

# Mathematische Konzepte und Modelle zum Studium der Physik

- 1. Lektion
- 2. Lektion
- 3. Lektion
- 4. Lektion
- 5. Lektion

- 10 Wiederholung: Bereits gelernte physikalische Größen und Erscheinungen
- 12 Die Schritte zur Durchführung eines Versuchs
- 14 *Erweiterung: Das experimentelle Studium der metrischen Beziehungen in einem rechtwinkligen Dreieck*
- 16 Skalare physikalische Größen. Das Erkennen der skalaren physikalischen Größen
- 18 Vektorielle physikalische Größen. Das Erkennen der vektoriellen physikalischen Größen

Angewandte Physik

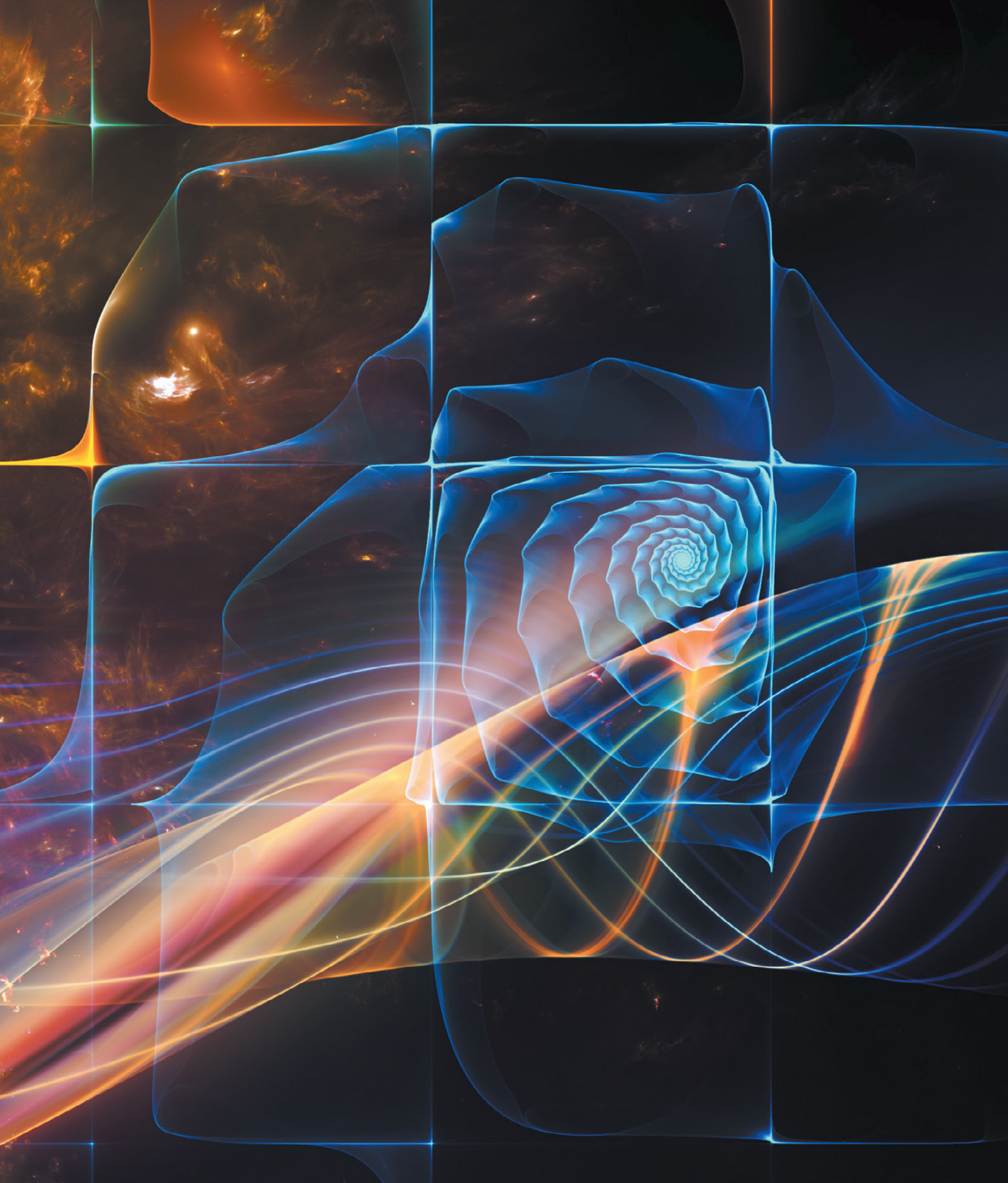
21 Die Annäherung der Zahlenwerte

Aufgaben

22

Bewertestest. Selbstbewertung

23



Wir verwenden physikalische Größen, um physikalische Erscheinungen, die wir in der Natur beobachten, zu erklären. Auf den folgenden Seiten wirst du skalare physikalische Größen wie die Temperatur oder die Dauer eines Ereignisses kennenlernen. Es gibt aber auch physikalische Phänomene und Prozesse in der Natur, die nur mithilfe des Begriffs Vektor beschrieben werden können. In diesem Kapitel erfährst du, warum Gewicht und Geschwindigkeit vektorielle physikalische Größen sind.

# Bereits gelernte physikalische Erscheinungen und Größen

## A. Physikalische Erscheinungen

### Das weiß ich schon



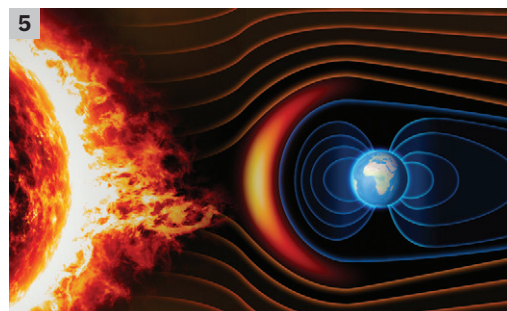
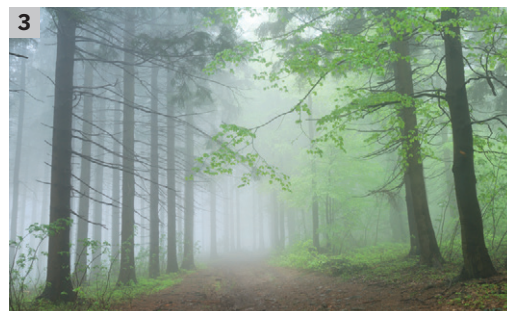
Die *physikalischen Erscheinungen* werden in mehrere Kategorien eingeteilt:

- *mechanische Erscheinungen* – werden hervorgerufen durch die Bewegung eines Körpers oder eines physikalischen Systems oder durch die Wechselwirkung zwischen den Körpern;
- *thermische Erscheinungen* – beschreiben den Erwärmungszustand, den Aggregatzustand eines physikalischen Systems und die Prozesse, die zur Änderung dieses Zustandes führen;
- *optische Erscheinungen* – Erscheinungen, die das Licht erzeugt;
- *elektrische Erscheinungen* – Erscheinungen im Zusammenhang mit den Elektrizierungseigenschaften der Körper und solche, die von dem Fließen des elektrischen Stromes durch Stromkreise hervorgerufen werden;
- *magnetische Erscheinungen* – werden von Magneten, Elektromagneten und einigen Himmelskörpern, wie zum Beispiel die Erde, hervorgerufen.

### Ich wende an

Eine physikalische Erscheinung ist ein Prozess, eine Umwandlung, eine Entwicklung oder ein Effekt, den man in seiner Umgebung beobachten kann.

- ▶ Erkenne in den Abbildungen 1–6 einige in der 6. Klasse untersuchten physikalischen Erscheinungen und benenne sie. Erstelle in deinem Heft eine Tabelle wie die unten stehende und trage die physikalische Erscheinung und die Kategorie ein, zu der sie gehört. Nenne ein weiteres Beispiel einer ähnlichen Erscheinung und schreibe sie in die letzte Spalte der Tabelle.



| Bildnummer | Physikalische Erscheinung | Art der physikalischen Erscheinung | Beispiel einer physikalischen Erscheinung derselben Art |
|------------|---------------------------|------------------------------------|---|
| 1.         | Bewegung                  | Mechanische Erscheinung            | Wechselwirkung  |
| 2.         |                           |                                    |   |
| 3.         |                           |                                    |   |
| ...        |                           |                                    |   |

Die wissenschaftliche Methode zur Untersuchung physikalischer Erscheinungen umfasst folgende Schritte:

- a die Erscheinung beobachten;
- b Annahmen formulieren;
- c ein Experiment durchführen (die Erscheinung nachstellen);
- d ein Modell erstellen;
- e eine modellspezifische Theorie formulieren.

## B. Physikalische Größen, Maßeinheiten

### Ich wende an

1. Die Abbildungen 7–9 zeigen einige olympische Sportarten. Betrachte diese Abbildungen, erkenne die bereits gelernten physikalischen Erscheinungen und finde für jede Erscheinung die entsprechende physikalische Größe. Schreibe sie in dein Heft.



2. Im Alltag verwenden wir zahlreiche Geräte und Vorrichtungen. Betrachte die Abbildungen 10–12 und erkenne die physikalische Erscheinung, aufgrund deren das Gerät oder die Vorrichtung funktioniert. Schreibe die erkannte Erscheinung, die physikalische Größe und die entsprechende Maßeinheit in dein Heft.



3. Fülle die untere Tabelle mithilfe der Kenntnisse aus der 6. Klasse aus:

| Nr. | Physikalische Grundgröße SI | Symbol | Grundeinheit im SI | Symbol |
|-----|-----------------------------|--------|--------------------|--------|
| 1.  | Länge                       | ...    | ...                | m      |
| 2.  | Masse                       | $m$    | ...                | ...    |
| 3.  | ...                         | $t$    | Sekunde            | ...    |
| 4.  | Stromstärke                 | ...    | ...                | ...    |
| 5.  | ...                         | $T$    | Kelvin             | K      |
| 6.  | Stoffmenge                  | ...    | Mol                | ...    |
| 7.  | Lichtstärke                 | ...    | ...                | cd     |

### Das weiß ich schon



Physikalische Erscheinungen und Eigenschaften werden mithilfe von physikalischen Größen beschrieben. Jede *physikalische Größe* hat eine *Maßeinheit*. Physikalische Größen können direkt, mithilfe eines Messinstruments, oder indirekt, mithilfe von *mathematischen Beziehungen* durch die direkte Messung anderer physikalischer Größen, gemessen werden.

Die *Maßeinheiten* können beliebig gewählt werden, aber um ein einheitliches System zu haben, wurde das Internationale Einheitensystem, SI abgekürzt, eingeführt. Dieses hat sieben eigenständige Grundeinheiten, mit deren Hilfe alle anderen Maßeinheiten erhalten werden, die *abgeleitete SI-Einheiten* genannt werden. Die Grundeinheiten werden mithilfe von nachstellbaren physikalischen Erscheinungen definiert.



Neben den 7 Grundeinheiten gibt es 22 abgeleitete Einheiten mit spezifischen Namen, andere abgeleitete Größen ohne spezifische Namen und einige tolerierte Größen. Das SI wurde 1960 eingeführt und im selben Jahr auch in Rumänien übernommen. Das SI ist die moderne Form des metrischen Systems, das in Frankreich unmittelbar nach der Französischen Revolution eingeführt wurde.

# Die Schritte zur Durchführung eines Versuchs

## Wusstest du das?



Für die Wissenschaftler sind die Versuche eine endgültige Überprüfung der Wirklichkeit, weil im Labor die Annahmen über die Entstehung, die Art und die Entwicklung des Universums bestätigt oder widerlegt werden können. Mithilfe der Versuche wurden Mythen zerstört, Geheimnisse gelüftet, Supertechnologien erfunden. Nicht zuletzt wurde unsere Wahrnehmung des Lebens, der Wirklichkeit und dessen was wir sind, verändert.



Ein Wissenschaftler arbeitet mit einem Laser.



## Ich experimentiere

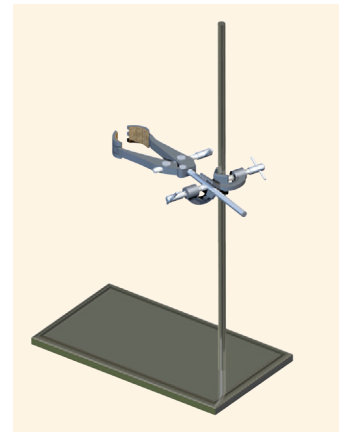
### Das Bestimmen der Dichte eines Körpers

**Benötigte Materialien:** Körper mit verschiedener Größe aber aus demselben Material, ein Dynamometer, ein Stativ mit Unterlage, ein Messzylinder, Wasser, ein Lineal, eine Schnur.

#### Arbeitsweise

- Binde an jeden Körper eine Schnur, um ihn aufhängen zu können.
- Hänge einen Körper an das am Stativ befestigte Dynamometer und lies die Anzeige des Dynamometers ab. Trage den Wert in die untere Tabelle ein, wobei  $G$  das Gewicht ist, welches auf den Körper einwirkt, gemessen mit dem Dynamometer.
- Fülle Wasser in den Messzylinder und lies das Wasservolumen ( $V_1$ ) ab, danach trage den Wert in die Tabelle ein.
- Halte den Körper an der Schnur und tauche ihn langsam in den Messzylinder ein. Lies den neuen Wert des Wasservolumens ( $V_2$ ) ab.
- Wiederhole den Vorgang für mindestens vier Körper aus demselben Material; trage die Werte in die Tabelle ein.

| Nr. | $G$ (N) | $V_1$ (ml) | $V_2$ (ml) |
|-----|---------|------------|------------|
| 1.  |         |            |            |
| ... |         |            |            |



Für den Versuch benötigte Materialien

## Untersuchung



Beobachte die Bewegung, indem du Holzwürfel, Spielzeugautos oder Aluminiumkugeln, eine Stoppuhr und ein Lineal verwendest. Setze die Körper in Bewegung und beobachte, wie sie sich bewegen und wann sie sich in Bewegung setzen. Schreibe die Schlussfolgerungen in dein Heft. Bestimme die mittlere Geschwindigkeit der Körper, die sich auf einer schiefen Ebene bewegen, die aus einem auf Büchern gestützten Stück Pappe gebaut wurde. Welcher Körper hat die größte mittlere Geschwindigkeit? Welcher die kleinste?

### Auswertung der experimentellen Daten

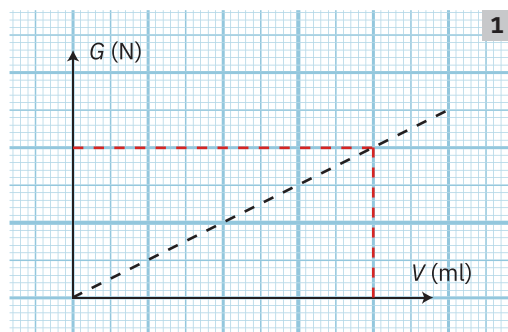
- Bestimme das Volumen jedes Körpers, indem du die Volumendifferenz des Wassers im Messzylinder berechnest. Trage die Ergebnisse in eine Tabelle für die Verarbeitung der gemessenen Werte ein:

| Nr. | $G$ (N) | $V_1$ (ml) | $V_2$ (ml) | $V_{\text{Magnet}}$ (ml) | $\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) | $\rho_m$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) | $\delta\rho$ | $\delta\rho_m$ |
|-----|---------|------------|------------|--------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|--------------|----------------|
| 1.  |         |            |            |                          |                                   |                                     |              |                |
| ... |         |            |            |                          |                                   |                                     |              |                |

- Wenn die Formel zur Berechnung des Gewichts  $G = m \cdot g$  ist, berechne die Dichte jedes Körpers mithilfe der Definitionsformel der Dichte:  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{G}{g \cdot V}$ , wobei  $g$  die Gravitationsbeschleunigung ist:  $g \approx 9,8 \text{ N/kg}$ .
- Berechne den mittleren Wert der Dichte der Körper mithilfe der Formel  $\rho_m = \frac{\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_n}{n}$ .
- Berechne den Messfehler für jede Messung:  $\delta\rho = |\rho - \rho_m|$ .
- Berechne den mittleren Messfehler:  $\delta\rho_m = \frac{\delta\rho_1 + \delta\rho_2 + \dots + \delta\rho_n}{n}$ .

## Die Schritte zur Durchführung eines Versuchs

- Finde das Intervall, in welchem der Wert der Dichte liegt:  $\delta\rho \in |\rho_m - \delta\rho_m; \rho_m + \delta\rho_m|$ .
- Stelle das Gewicht ( $G$ ) als Funktion des Volumens ( $V$ ) nach dem Muster aus Abbildung 1 auf Millimeterpapier grafisch dar. Ziehe eine Gerade, die durch den Achsenursprung verläuft und durch die Punkte, deren Koordinaten du bestimmt hast. Wähle einen beliebigen Punkt auf dieser Geraden, bestimme den Wert des Gewichtes  $G$  und des Volumens  $V$ , danach berechne die Dichte mit obiger Formel.



- Suche und bestimme die Art des verwendeten Materials.

Die häufigsten Fehlerquellen sind:

- Fehler wegen der Ungenauigkeit der Messinstrumente (Dynamometer und Messzylinder);
- Fehler beim Ablesen der Messwerte;
- Fehler wegen der Annäherung der berechneten Werte.

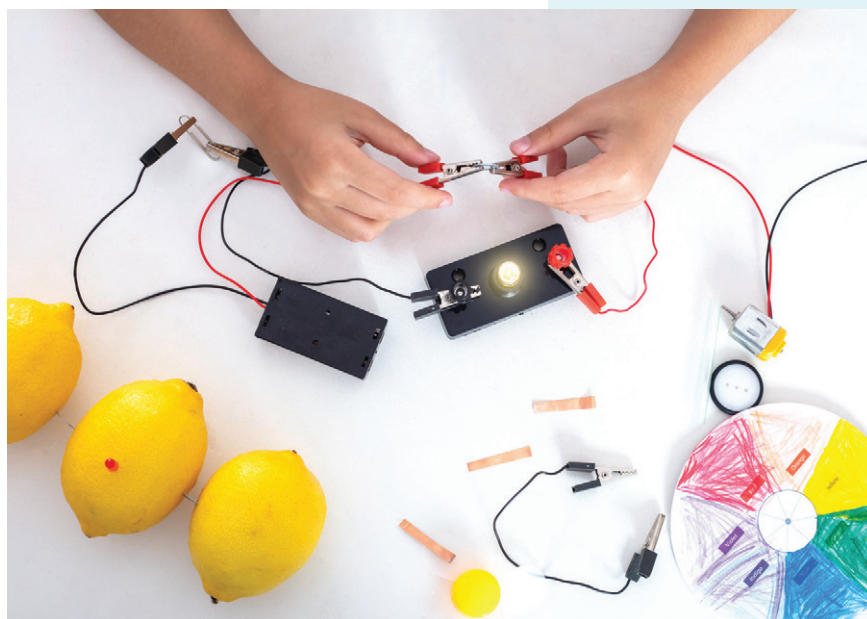
### Schlussfolgerung

- Die Dichte der Körper, die grafisch bestimmt wurde, befindet sich im Intervall:  $|\rho_m - \delta\rho_m; \rho_m + \delta\rho_m|$ .

### Ich merke mir

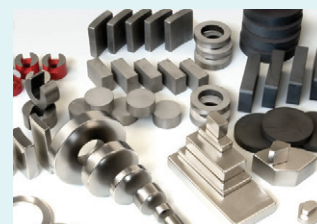
Um einen Versuch durchzuführen, müssen folgende Schritte durchlaufen werden:

1. das Ziel des Versuchs bestimmen; zum Beispiel die Messung einer physikalischen Größe oder die Beobachtung einer physikalischen Erscheinung;
2. die für den Versuch notwendigen theoretischen Kenntnisse erkennen;
3. die benötigten Messinstrumente und Geräte bestimmen;
4. die Sicherheitsnormen festlegen und während des Versuchs einhalten;
5. die beste Methode zur Durchführung des Versuchs finden;
6. die Messungen durchführen und die Werte in eine Tabelle eintragen;
7. die Fehlerquellen bestimmen und die Arbeitsmethode verbessern;
8. die Messdaten mithilfe von Formeln und mit der grafischen Methode verarbeiten;
9. die Ergebnisse des Versuchs auswerten und Schlussfolgerungen formulieren;
10. die Ergebnisse aller am Versuch beteiligten Schüler besprechen und Meinungen betreffend die Lerntätigkeit formulieren.



Ein Kind führt einen Versuch durch, in dem der Zitronensaft als Elektrolyt wirkt.

### Wusstest du das?



Magnete aus unterschiedlichen Stoffen

Die unterschiedlichen magnetischen Materialien haben verschiedene Dichten. Zum Beispiel:

- Neodym-Magnete haben eine Dichte von bis zu  $7,5 \text{ g/cm}^3$ .
- Die Dichte der AlNiCo-Magnete (Legierung aus Eisen, Aluminium, Nickel und Kobalt) schwankt von  $6,9 \text{ g/cm}^3$  bis  $7,3 \text{ g/cm}^3$ .
- Die Dichte der Samarium-Kobalt-Magnete schwankt von  $8,2 \text{ g/cm}^3$  bis  $8,4 \text{ g/cm}^3$ .
- Ferrit-Magnete haben eine Dichte von  $5 \text{ g/cm}^3$ .
- Flexible Magnete haben eine Dichte von  $3,5 \text{ g/cm}^3$ .

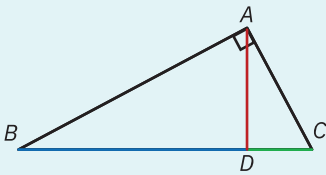
### Ich wende an

- Beschreibe in einem Referat das vorherige Experiment, das zur Bestimmung der Dichte einiger Körper und des Erkennens des Materials, aus denen diese gefertigt sind, durchgeführt wurde. Berücksichtige dabei die Schritte zur Durchführung eines Versuchs.

### Das weiß ich schon

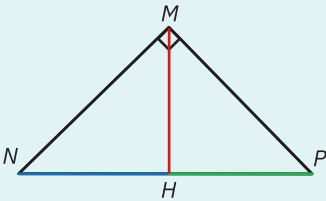


In den unteren Abbildungen sind die rechtwinkligen Dreiecke  $ABC$  und  $MNP$  dargestellt. Diese Dreiecke haben jeweils einen rechten Winkel, den Winkel  $A$  bzw. den Winkel  $M$ . Die Seiten, die den rechten Winkel bilden, heißen *Katheten*, und die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite heißt *Hypotenuse*.



Katheten:  $AB$  und  $AC$   
Hypotenuse:  $BC$   
Höhe:  $AD$

Die Projektion der Kathete  $AB$  auf die Hypotenuse:  $BD$   
Die Projektion der Kathete  $AC$  auf die Hypotenuse:  $CD$



Katheten:  $MN$  und  $MP$   
Hypotenuse:  $NP$   
Höhe:  $MH$

Die Projektion der Kathete  $MN$  auf die Hypotenuse:  $NH$   
Die Projektion der Kathete  $MP$  auf die Hypotenuse:  $PH$

# Erweiterung: Das experimentelle Studium der metrischen Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck\*



## Ich experimentiere

Die Senkrechte aus dem rechten Winkel des Dreiecks auf die Hypotenuse ist die Höhe des Dreiecks ( $h$ ). Diese Senkrechte teilt die Hypotenuse in zwei Segmente, welche die **Projektionen der Katheten auf die Hypotenuse** darstellen.

### Das Bestimmen der metrischen Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck

**Benötigte Materialien:** Lineal, Zeichendreieck, Rechenpapier oder Millimeterpapier.

#### Arbeitsweise

- Zeichne auf Rechenpapier (oder auf Millimeterpapier) zwei verschieden große rechtwinklige Dreiecke und benenne deren Winkel.
- Zeichne für jedes Dreieck die Höhe, die der Hypotenuse entspricht, und benenne den Fußpunkt der Senkrechten auf die Hypotenuse.
- Benenne die Katheten, die Hypotenuse, die Höhe und die Projektionen der Katheten auf die Hypotenuse.
- Miss mithilfe des Lineals oder des Millimeterpapiers die vorhin bezeichneten Segmente und trage die Werte in eine Tabelle wie die unten stehende ein. (Mit  $kat_1$  und  $kat_2$  wurden die beiden Katheten, mit  $hyp$  die Hypotenuse, mit  $h$  die Höhe des Dreiecks und mit  $pr_1$  und  $pr_2$  die Projektionen der Katheten auf die Hypotenuse bezeichnet.)

| Dreieck | $kat_1$ (cm) | $kat_2$ (cm) | $hyp$ (cm) | $h$ (cm)   | $pr_1$ (cm) | $pr_2$ (cm) |
|---------|--------------|--------------|------------|------------|-------------|-------------|
| $ABC$   | $AB \dots$   | $AC \dots$   | $BC \dots$ | $AD \dots$ | $BD \dots$  | $CD \dots$  |
| $MNP$   | ...          | ...          | ...        | ...        | ...         | ...         |

#### A. Der Höhensatz

##### Auswertung der Versuchsergebnisse

- Trage die gemessenen Werte in eine Tabelle wie die unten stehende ein.
- Vergleiche die Werte der letzten zwei Spalten der Tabelle für die beiden Dreiecke und formuliere eine Schlussfolgerung.

| Dreieck | $h$ (cm)   | $pr_1$ (cm) | $pr_2$ (cm) | $h^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $pr_1 \cdot pr_2$ (cm <sup>2</sup> ) |
|---------|------------|-------------|-------------|--------------------------|--------------------------------------|
| $ABC$   | $AD \dots$ | $BD \dots$  | $CD \dots$  | $AD^2 \dots$             | $BD \cdot CD \dots$                  |
| $MNP$   | ...        | ...         | ...         | ...                      | ...                                  |

#### Schlussfolgerungen

- Für das Dreieck  $ABC$  mit der Höhe  $AD$  gilt die Gleichung:  $AD^2 = BD \cdot CD$ .
- Für das Dreieck  $MNP$  mit der Höhe  $MH$  gilt die Gleichung:  $MH^2 = NH \cdot PH$ .

#### B. Der Kathetensatz

##### Auswertung der Versuchsergebnisse

- Trage die gemessenen Werte in eine Tabelle wie die unten stehende ein. Berücksichtige für jedes Dreieck die beiden Katheten.
- Vergleiche die Werte der letzten zwei Spalten der Tabelle für die beiden Dreiecke und formuliere eine Schlussfolgerung.

| Dreieck | $kat$ (cm) | $pr$ (cm)  | $hyp$ (cm) | $kat^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $hyp \cdot pr$ (cm <sup>2</sup> ) |
|---------|------------|------------|------------|----------------------------|-----------------------------------|
| $ABC$   | $AB \dots$ | $BD \dots$ | $BC \dots$ | $AB^2 \dots$               | $BC \cdot BD \dots$               |
| $ABC$   | $AC \dots$ | $CD \dots$ | $BC \dots$ | $AC^2 \dots$               | $BC \cdot CD \dots$               |
| $MNP$   | ...        | ...        | ...        | ...                        | ...                               |
| $MNP$   | ...        | ...        | ...        | ...                        | ...                               |

\* Der als *Erweiterung* angegebene Inhalt ist im gültigen Lehrplan vorgesehen und kann von den Lehrkräften in 25 % der gesamten Stundenanzahl des entsprechenden Faches unterrichtet werden, um einen differenzierten Lernvorgang zu sichern, angepasst an die Bedürfnisse und die Interessen der Spitzenschüler.

**Schlussfolgerungen**

- Für das Dreieck  $ABC$  mit der Höhe  $AD$  wird der Kathetensatz wie folgt geschrieben:  
 $AB^2 = BC \cdot BD$ ;  $AC^2 = BC \cdot DC$ .
- Für das Dreieck  $MNP$  mit der Höhe  $MH$  wird der Kathetensatz wie folgt geschrieben:  
 $MN^2 = NP \cdot NH$ ;  $MP^2 = NP \cdot PH$ .

**C. Der Lehrsatz des Pythagoras**

**Auswertung der Versuchsergebnisse**

- Trage die im Versuch gemessenen Werte in eine Tabelle wie die unten stehende ein.
- Vergleiche die Werte des Quadrats der Hypotenuse mit dem Wert der Summe der Quadrate der beiden Katheten für die beiden Dreiecke und formuliere eine Schlussfolgerung.

| Dreieck | hyp (cm)   | kat <sub>1</sub> (cm) | kat <sub>2</sub> (cm) | hyp <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | kat <sub>1</sub> <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | kat <sub>2</sub> <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | kat <sub>1</sub> <sup>2</sup> + kat <sub>2</sub> <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
|---------|------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------------------|--|--|--|
| $ABC$   | $BC \dots$ | $AB \dots$            | $AC \dots$            | $BC^2 \dots$                        | $AB^2 \dots$                                     | $AC^2 \dots$                                     | $AB^2 + AC^2 \dots$  |
| $MNP$   | $\dots$    | $\dots$               | $\dots$               | $\dots$                             | $\dots$  | $\dots$  | $\dots$  |

**Schlussfolgerungen**

- Für das Dreieck  $ABC$  gilt die Gleichung:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .
- Für das Dreieck  $MNP$  gilt die Gleichung:  $NP^2 = MN^2 + MP^2$ .

**Ich merke mir**

Infolge der durchgeführten Messungen können folgende Lehrsätze formuliert werden:

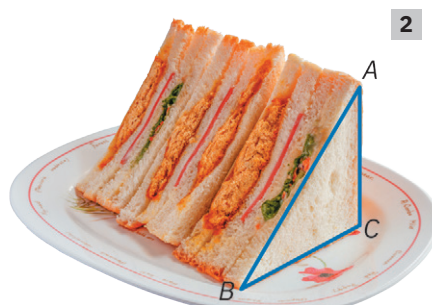
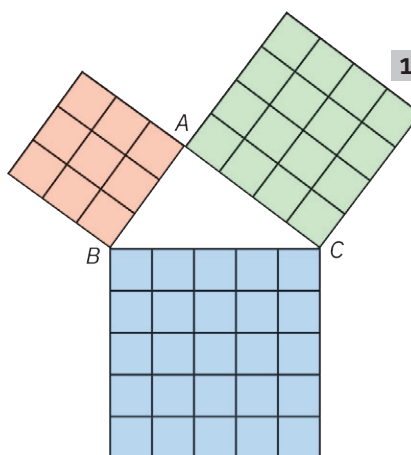
- **Der Höhensatz in einem rechtwinkligen Dreieck.** Das Quadrat der Höhe eines rechtwinkligen Dreiecks ist gleich mit dem Produkt der Projektionen der beiden Katheten auf die Hypotenuse:  $h^2 = pr_1 \cdot pr_2$ .
- **Der Kathetensatz in einem rechtwinkligen Dreieck.** Das Quadrat einer Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks ist gleich mit dem Produkt aus der Hypotenuse und der Projektion dieser Kathete auf die Hypotenuse:  $kat^2 = hyp \cdot pr$ .
- **Der Lehrsatz des Pythagoras für ein rechtwinkliges Dreieck.** In einem rechtwinkligen Dreieck gilt:  $hyp^2 = kat_1^2 + kat_2^2$ .

**Ich wende an**

1. a. Zeichne auf Millimeterpapier ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten von 3 cm bzw. 4 cm. Miss die Hypotenuse dieses Dreiecks und trage die Werte der Seiten des Dreiecks  $ABC$  in die untere Tabelle ein.

| Dreieck | hyp (cm) | kat <sub>1</sub> (cm) | kat <sub>2</sub> (cm) |
|---------|----------|-----------------------|-----------------------|
| $ABC$   | $BC$     | $AB$                  | $AC$                  |
|         |          |                       |                       |

- b. Bilde ein Quadrat auf jeder Seite des Dreiecks, so wie in nebenstehender Zeichnung. Berechne den Flächeninhalt jedes Quadrats. Betrachte die Werte der drei Flächeninhalte und formuliere eine Schlussfolgerung.
2. In manchen Läden gibt es dreieckige Sandwiches (wie jenes in Abbildung 2). Wenn bekannt ist, dass die Dreiecke rechtwinklig und gleichschenkelig sind, und die Basis der Sandwiches (die Hypotenuse der Dreiecke) 15 Zentimeter beträgt, bestimme die Länge der beiden Katheten des Dreiecks. Man nehme:  $\sqrt{2} \approx 1,41$ .



**Wusstest du das?**



Die Statue des Pythagoras aus Phythagorion, Insel Samos

Pythagoras war ein griechischer Philosoph und Mathematiker, der Begründer des Pythagoreismus. Die Anhänger des Pythagoras glaubten, dass alle Dinge aus Zahlen gebildet sind. Die Zahl 1 stellte den Ursprung aller Dinge dar und die Zahl 2 die Materie.

Seine politischen und religiösen Lehren beeinflussten die Philosophie Platons und Aristoteles und über sie die Philosophie des westlichen Europas. Die Tradition ordnet ihm die Entdeckung des geometrischen Lehrsatzes zu, der seinen Namen trägt.

**Pythagoreische Zahlen**

Ein pythagoreisches Tripel besteht aus drei von null verschiedenen natürlichen Zahlen  $a$ ,  $b$  und  $c$  mit der Eigenschaft, dass  $a^2 + b^2 = c^2$ . Dieses Tripel wird in der Regel mit  $(a, b, c)$  bezeichnet. Eines der häufigsten Beispiele ist das Tripel  $(3, 4, 5)$ . Wenn  $(a, b, c)$  ein pythagoreisches Tripel ist, dann ist auch  $(ka, kb, kc)$  ein pythagoreisches Tripel für jede positive ganze Zahl  $k$ . Ein primitives pythagoreisches Tripel ist ein Tripel bestehend aus  $a$ ,  $b$  und  $c$ , wobei die Zahlen zueinander teilerfremd sind. Der Name leitet sich vom Namen des Satzes des Pythagoras ab. Pythagoreische Tripel beschreiben also die drei Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks mit natürlichen Zahlen als Längen.